



הטכניון
מכון טכנולוגי לישראל
הפקולטה לחינוך למדע וטכנולוגיה



משרד החינוך
המנהל למדע ולטכנולוגיה

האולימפיאדה הארצית ה-I לפיזיקה לכיתות י' תשע"ז ©

אנו שמחים על השתתפותכם בשלב א' של האולימפיאדה הארצית ה-I לפיזיקה לכיתות י'.

מפעל האולימפיאדה לפיזיקה מתקיים בשיתוף עם הפיקוח על הוראת הפיזיקה במשרד החינוך.

מחבר השאלות בשלב א':

ד"ר אלי רוז - ראש פרויקט האולימפיאדה לפיזיקה,
המכללה האקדמית להנדסה אורט בראודה, כרמיאל,
הטכניון, הפקולטה לחינוך למדע וטכנולוגיה, חיפה.

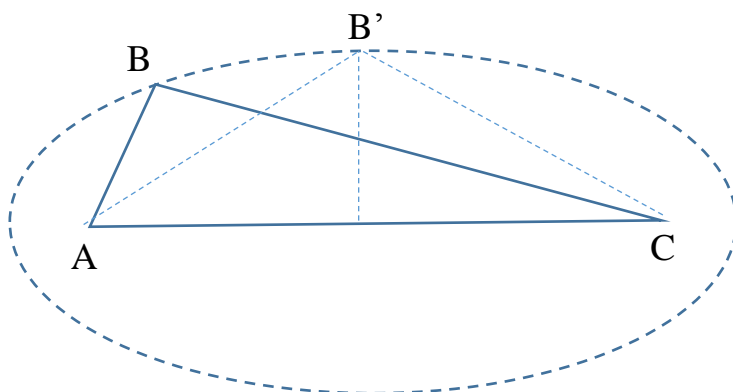
פתרון שלב א': ד"ר אלי רוז

פתרון שלב א'
כל הזכויות שמורות

© 2017

פתרון שאלה מס' 1 התשובה הנכונה היא ג'

מכל הצורות המישוריות שהיקפן קבוע למעגל יש את השטח הגדול ביותר. השאלה ניתנה מתוך הנחה כי התלמיד יגיע למסקנה זו מתוך אינטואיציה. יחד עם זאת לאור בקשה של מספר עמיתים להסבר לטענה זו, מובא כאן הסבר לטענה.

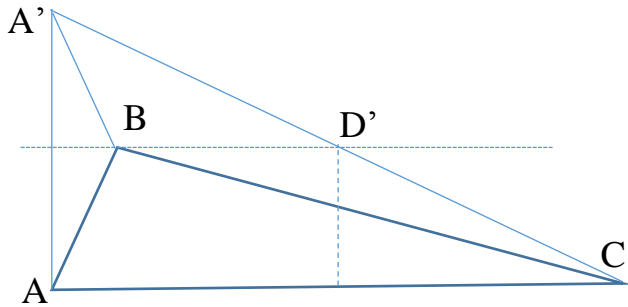


כדי להראות זאת נעיין תחילה במשולש. נתייחס למשולש ABC המוראה בתרשים. נראה כי למשולש בעל בסיס קבוע והיקף קבוע, למשולש שווה שוקיים יש את השטח הגדול ביותר.

נמתח חוט שאורכו $AB + BC$ אשר קצה אחד בנקודה A וקצה שני ב-C. נמתח את החוט בעזרת עפרון ונשנה את מיקום העיפרון כאשר החוט מתוח.

נקבל צורה המאופיינת בכך שסכום מרחקיה מ- A ומ- C הוא קבוע. צורה זו נקראת אליפסה. מהתרשים רואים כי למשולש שווה השוקיים $AB'C$ יש את הגובה הגדול ביותר ולכן גם את השטח הגדול ביותר (ניתן להגיע למסקנה זו גם משיקולי סימטרייה).

ניתן להוכיח טענה זו בעזרת גיאומטריה.

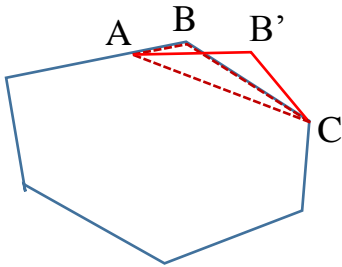


נעביר דרך נקודה B מקביל ל- AC ונעלה אנך אמצעי ל- AC נקבל את נקודת החיתוך D' . המשולש $AD'C$ הוא משולש שווה שוקיים.

נמשיך את CD' ונוריד מנקודה A אנך לישר המקביל שהעברנו. אנך זה יחתוך את המשך CD' בנקודה A' .

מחפיפת משולשים נקבל $AD'=A'D$ ולכן

$AD'+CD'=A'C$. מחפיפת משולשים נקבל גם כי $AB=A'B$ ולכן $AB+BC > AD'+CD'$ מכאן כדי לשמור על סכום הצלעות יש לבחור על האנך האמצעי נקודה B' מרוחקת יותר מהבסיס AC דהיינו למשולש $AB'C$ יש את הגובה הגדול ביותר ולכן גם את השטח הגדול ביותר.



אם נבחר מצולע בן N צלעות ניתן להפכו למצולע בעל $N+1$ צלעות תוך שמירה על ההיקף והגדלת השטח. המשולש ABC בתרשים הוחלף במשולש שווה השוקיים $AB'C$ ובכך ההיקף נשמר והשטח גדל. אם נחזור על התהליך אינסוף פעמים נתקרב יותר ויותר לצורה מעגלית (ייתכן כי בתהליך ייווצר קודקוד במצולע אשר שוקיה יוצרים זווית הגדולה מ- 180° . במקרה קזה נבצע שיקוף של הקודקוד ביחס לצלע המחברת את קצות שוקי הזווית). מכאן עבור היקף נתון, המעגל הוא הצורה המימושית בעלת שטח מכסימלי.

פתרון שאלה מס' 2 התשובה הנכונה היא ב'

במתקן B הגולש משיג את החלק העיקרי של מהירותו בתחילת המסלול ועובר את רוב המרחק האופקי במהירות גבוהה. במתקן A המצב הפוך, את רוב המרחק האופקי הגולש עובר במהירות נמוכה ורק לקראת הסוף מהירותו גדלה בקצב גבוה לכן זמן הגלישה במתקן A הוא הארוך ביותר. מתקן C מציג מצב ביניים.

פתרון שאלה מס' 3 התשובה הנכונה היא א'

המחיר שהסוחר שילם ליחידת משקל של הציפוי גבוה יותר מהמחיר ששילם ליחידת משקל של התפוחים. המשקל היחסי של הציפוי בתפוחים הגדולים הוא קטן יותר (משקל הציפוי יחסי לריבוע הרדיוס ואילו משקל התפוח יחסי לרדיוס בשלישית) (זאת בהנחה שצפיפות התפוח לא תלויה ברדיוס). מכאן שהתפוחים הגדולים הכילו במשקלם חלק יחסי קטן יותר של הציפוי היקר ולכן הרווח עליהם היה גדול יותר.

פתרון שאלה מס' 4 התשובה הנכונה היא ד'

אם נניח כי אוכלוסיית הצפרדעים היגיעה למצב איזון (האוכלוסייה לא גדלה), ניתן להסיק כי מספר הראשנים המתווספים ביחידת זמן הוא גדול יותר ממספר הצפרדעים הבוגרים המתים באותו זמן, זאת מאחר ולא כל הראשנים מגיעים לבגרות. אם כך מדוע החוקר צפה במספר קטן יותר של ראשנים? התשובה לכך היא כי קיים גורם נוסף המשפיע על מספר הראשנים הנצפים והוא משך הזמן בו הראשן נותר ראשן בטרם הפיכתו לצפרדע, בהשוואה למשך החיים של צפרדע. אם משך החיים של הראשן הוא קצר מאוד מזה של צפרדע, בסקירה אקראית אנו עשויים למנות הרבה פחות ראשנים מאשר צפרדעים. מבין ארבעת האפשרויות הניתנות בתשובות לשאלה, אפשרות זו היא הסבירה ביותר.

ראוי לציין כי רעיון זה משמש למדידת זמנים בהתפתחות כוכבים. כוכבים נוצרים ועוברים שינויים במהלך "חיהם". באמצעות מדידת השכיחות של כוכבים הנמצאים במופע מסוים בשלב התפתחותם, ניתן להעריך את משך הזמן בו כוכב נמצא במופע התפתחות זה, אף כי שלב זה ארוך יותר מזמן הקיום של המין האנושי.

פתרון שאלה מס' 5 התשובה הנכונה היא ב'

הממוצע של כיתה יכול לעלות בשתי אפשרויות:

1) התווסף לכיתה תלמיד אשר ממוצע ציוניו גבוה מהממוצע הכיתתי.

2) הוצא מהכיתה תלמיד אשר ממוצע ציוניו נמוך מהממוצע הכיתתי.

הואיל ובנתוני השאלה תלמיד עבר מכיתה לכיתה, לא תתכנה אותה האפשרות בשתי הכיתות. לפיכך יש לבחון שתי חלופות: אפשרות 1 לכיתה A ואפשרות 2 לכיתה B או אפשרות 2 לכיתה A ואפשרות 1 לכיתה B.

בחירת החלופה הראשונה, אפשרות 1 לכיתה A מחייבת העברה של תלמיד טוב מכיתה B (ולא די בתלמיד טוב ב-B אלא כזה שממוצע ציוניו אף גבוה מממוצע הציונים בכיתה A) פעולה זו תקטין את ממוצע הציונים בכיתה B ולכן חלופה זו לא תקיים את תנאי הבעיה.

נותרה החלופה השנייה, אפשרות 2 לכיתה A תגדיל בהכרח את ממוצע הציונים בכיתה A אולם העברת התלמיד לכיתה B לא תגדיל בהכרח את ממוצע כיתה B. כדי שממוצע התלמידים בכיתה B יגדל, יש להעביר מ-A ל-B תלמיד בינוני אשר ממוצע ציוניו גבוה מממוצע הציונים של תלמידי כיתה B. הואיל וממוצע הציונים של כיתה A גדול יותר, המצאות של תלמיד כזה תיתכן אולם אין הכרח כי תלמיד כזה נמצא בכיתה A (ייתכן שכל הבינוניים של A ייחשבו בינוניים ב-B). עצם ההתכנות של תלמיד כזה בקבוצה A פוסלת את תשובה ד'.

הואיל ובנתוני השאלה הממוצע עלה בשתי הכיתות, תלמיד כזה קיים והתשובה הנכונה היא ב'.

פתרון שאלה מס' 6 התשובה הנכונה היא ג'

הפעלת המזגן או נסיעה בעליות במהירות גבוהה יותר מאמצת את המנוע. פעולות אלה עלולות לגרום לעליית הטמפרטורה של המנוע. הפעלת החימום בתוך הרכב מאפשרת נתיב נוסף למי הקירור לפלוט את עודף החום ובכך לסייע בהורדת הטמפרטורה של המנוע.

פתרון שאלה מס' 7 התשובה הנכונה היא ד'

נניח לשם פשטות שהרכבת מנהרייה יצאה 5 דקות לפני השעה 08:00, והגיעה לת"א 5 דקות אחרי השעה 10:00. הרכבת מנהרייה תפגוש את הרכבת שיצאה מת"א בשעה 06:00 אשר מגיעה לנהרייה בשעה 08:00, כמו כן היא תפגוש את הרכבות שיצאו מת"א בשעה 07:00, 08:00, 09:00 וכן זו שיצאה בשעה 10:00 כי הרכבת מנהרייה אחרה להגיע לת"א. באתו יום פגש נהג הקטר 5 רכבות בדרכו מנהרייה לת"א.

פתרון שאלה מס' 8 התשובה הנכונה היא ג'

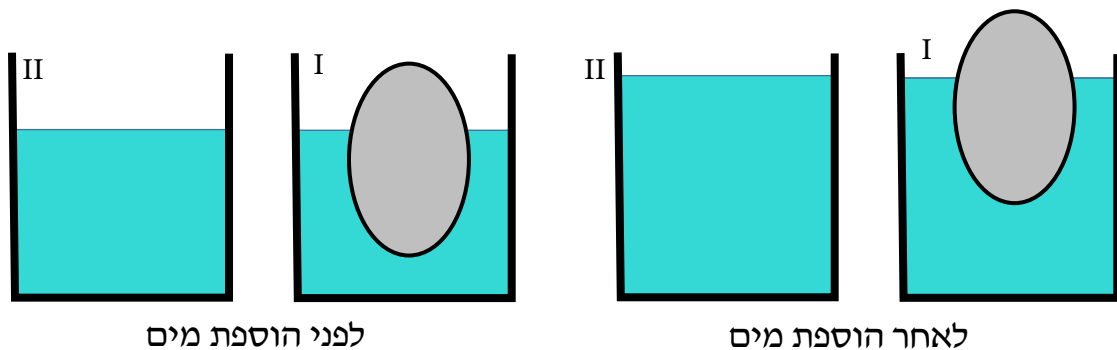
מאחר ומספר הגולות בכל ארגז רב מאוד, מעל מאה אלף, היחס בין הנפח שתופסות הגולות לנפח הארגז יהיה שווה בשני הארגזים. כדי לנמק זאת, נגדיל בדמיוננו את מימדי והגולות הקטנות והארגז המכיל אותם (פעולת זום) עד למצב בו גודל הגולות בארגז המוגדל ישתוו לגודל הגולות בארגז האחר. בפעולת הגדלה זו לא משתנה היחס בין נפח הגולות לנפח הארגז. כעת שני הארגזים האמיתיים והדמיוניים מכילים גולות בגודל זהה. ולכן טבעי להניח כי יעילות האריזה בשני הארגזים זהה, דהיינו היחס בין נפח הגולות לנפח הארגז שווה בשני הארגזים. ולכן גם בארגזים המקוריים יחס זה שווה ואינו תלוי ביחס הקטרים של הגולות. הואיל והארגזים המקוריים שווים בנפחם, נקבל כי נפח הגולות בשני הארגזים שווה ובהנחה שהגולות עשויות מאותה זכוכית המשקל הכולל של הגולות בארגז A שווה למשקל הכולל של הגולות בארגז B. המילה בקירוב נובעת מהבדלים בנפח הפנוי באיזור השפה של הארגזים.

פתרון שאלה מס' 9 התשובה הנכונה היא א'

אפשרות ב' לא תתכן כי כאשר ביצה מתקררת, החלק הפנימי שלה חם יותר (חום זורם מטמפרטורה גבוהה לטמפרטורה נמוכה. טענה זו פוסלת מיד את אפשרות ד'.
אפשרות ג' לא תאפשר קבלת ביצה קשה מבושלת היטב. הזמן הדרוש לכך מספיק ארוך לקבלת טמפרטורה אחידה השווה בקירוב לטמפרטורת המים.
באפשרות א' כאשר מחממים ביצה שכבר בושלה זמן קצר מידי, זרימת החום מהחלק החיצוני פנימה טרם היגיעה להתייבבות. חום זורם מטמפרטורה גבוהה לטמפרטורה נמוכה. כל עוד זרימת החום נמשכת מהמים אל הביצה, הטמפרטורה קרה יותר ככל שמתקרבים למרכז הביצה.

פתרון שאלה מס' 10 התשובה הנכונה היא ג'

כאשר גוף צף במים, החלק של הגוף הנמצא בתוך המים אינו תלוי בכמות המים במכל. הואיל וצורת המכל היא גליל חלול, הוספת המים בכלי עם הגוף הצף לא תשנה את התחלקות המים בחלק העליון לפיכך תוספת המים לכלי המכיל את הגוף הצף, תראה כאילו הוספה לחלקו התחתון. התרשים מתאר את המערכת לפני ואחרי הוספת המים.



פתרון שאלה מס' 11 התשובה הנכונה היא ד'

כדי שמספר יסתיים ב-0 הוא צריך להכיל גורם 2 וגורם 5. לשם מציאת מספר האפסים בהם מסתיים מספר, יש למנות את מספר הפעמים שהגורם 2 מופיע ומספר הפעמים שהמספר 5 מופיע. הקטן ביניהם הוא המייצג את מספר האפסים בהם מסתיים המספר. מכפלת המספרים מ-1 עד 51 מכילה יותר פעמים את הגורם 2, לכן די למנות את מספר הפעמים בהם מופיע הגורם 5. המספרים בהם מופיע הגורם 5 הם: 5, 10, 15, ..., 45, 50, דהיינו 10 מספרים. אולם במספר 25 ובמספר 50 הגורם 5 מופיע פעמיים. לכן במכפלת המספרים עד 51 הגורם 5 יופיע 12 פעם (הגורם 2 מופיע יותר). מכאן המכפלה של המספרים הנ"ל תכיל בדיוק 12 אפסים.

פתרון שאלה מס' 12 התשובה הנכונה היא ד'

מהנתון בשאלה לא ניתן להסיק את הטענה ההפוכה. דהיינו לא ניתן להסיק כי מי שלבשה חולצה לבנה לבשה גם חצאית כחולה. הנתון בשאלה אינו שולל מבת שבאה עם חצאית ירוקה מללבוש חולצה לבנה. לכן תשובה א' לא נכונה. מאותו טיעון נובע כי גם תשובה ג' לא נכונה. גם תשובה ב' לא נכונה. נכון כי ייתכן שהיו בנות שלבשו חולצה לבנה ולא לבשו חצאית כחולה, אולם אין הדבר מחייב שיש אכן כאלה בנות במסיבה. הנתון בשאלה אינו מבטיח זאת. תשובה ד נכונה כי אילו הייתה בת שלא לבשה חולצה לבנה אולם לבשה חצאית כחולה היא הייתה סותרת את הנתון בשאלה. מכאן בהכרח שתשובה ד' נכונה.

פתרון שאלה מס' 13 התשובה הנכונה היא ג'

אם יודעים את הספרה האחרונה במספר, כדי לדעת את הספרה האחרונה המתקבלת מהכפלת המספר ב-3 יש להכפיל את הספרה האחרונה ב-3, ספרת היחידות המתקבלת בתוצאה היא הספרה האחרונה במספר. מכאן נקבל כי ספרת היחידות המתקבלות מהחזקות של 3 הן: $3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, \dots$. בחזקות השונות יש מחזוריות בספרה האחרונה. הואיל ו- 3^{63} מכיל 63 פעמים את הגורם 3, בהכפלה של כל הגורמים יהיו לנו 15 מחזורים של הספרות 3, 9, 7, 1 ב-60 הגורמים הראשונים ולאחריהם נותרים עוד 3 גורמים ולכן הספרה האחרונה במספר 3^{63} היא 7 (מקום שלישי במחזור)

פתרון שאלה מס' 14 התשובה הנכונה היא ב'

המהירויות הרגעיות של שיניים משולבות בין שני גלגלי שיניים הן שוות אחרת השיניים היו נשברות. כתוצאה מכך, זוג גלגלים המשלבים ביניהם שיניים נעים במגמות הפוכות (בתנאי שהשיניים המשתלבות נמצאות בין מרכזי גלגלי השיניים). מאחר וכל הגלגלים בתרשים משולבים בעזרת שיניים, יוצא כי המהירויות של כל השיניים המופיעות בתרשים שוות בגודלן. בהעברת התנועה מגלגל A לגלגל D נוצרים שלושה היפוכים של מגמות סיבוב לכן מגמות הסיבוב של הגלגלים A ו-D מנוגדות. גודל מהירות השיניים בשני גלגלים אלה שוות, ומאחר והרדיוסים של שני גלגלים אלה שווים, מהירויות הסיבוב של גלגלים אלה (המהירויות הזוויתיות) שוות בגודלן.

פתרון שאלה מס' 15 התשובה הנכונה היא ד'

הקצב בו זורמים המים לא חייב להיות קבוע ונתון זה ניתן רק כדי להקל. התכונה החשובה היא שמים באופן מעשי אינם ניתנים לדחיסה (דרושים לחצים עצומים לדחיסת המים בשבריר של אחוז מנפחם). לכן כאשר כמות מסוימת של מים נכנסת ביחידת זמן למערכת בתרשים, אותה כמות חייבת לצאת. כדי שאותה כמות מים תעבור בזמן נתון באזור צר יותר, מהירות המים באזור הצר חייבת להיות גדולה יותר. מכאן מהירות המים באזור B (שטח חתך קטן יותר) היא הגבוהה ביותר ובאזור A הנמוכה ביותר.

פתרון שאלה מס' 16 התשובה הנכונה היא ג'

אילו בכל אחד מימות השבוע היו נולדים עד 4 תלמידים, בשבעה ימי השבוע יוולדו עד 28 תלמידים. בכיתה יש 30 תלמידים לכן חייב להיות לפחות יום אחד בשבוע בו נולדו יותר מארבעה ילדים. מכאן טענה ג' נכונה.

אין מניעה שכולם יוולדו באותו יום לכן א' לא נכון. הטענה בתשובה ב' אינה הכרחית ולכן אינה נכונה. ייתכן כי בכל אחד מימי השבוע נולדו 3 תלמידים או יותר. תשובה ד' אינה נכונה. ייתכן כי בכל אחד משישה ימי השבוע נולדו 4 ילדים (סה"כ 24 תלמידים) וביום השביעי נולדו 6 ילדים. אפשרות הסותרת את ד'.

פתרון שאלה מס' 17 התשובה הנכונה היא ג'

מתרשימים 2 ו-4 ניתן להסיק כי התולעים נמשכות לאור (בכל אחד מתרשימים אלה המשתנה שנבדק הוא כמות האור).. תרשים 3 מראה כי למרות משיכתן לאור, הן מתרחקות מלחות. תרשים 1 מחזק סברה זו. לסיכום, התולעים אוהבות אור ומתרחקות מלחות.

פתרון שאלה מס' 18 התשובה הנכונה היא ג'

לדני מטבעות שערכה של כל אחת מהן הוא 15 שקלים. לחיים מטבעות בעלות ערך של 21 שקלים כל אחת. באוספים של דני וחיים לערך המטבעות גורם משותף שהוא 3, דהיינו, כל העברה כספית מאחד למשנהו, הסכום המועבר חייב להתחלק בשלוש. מכאן גם החוב של חיים לדני הוא מספר המתחלק ב-3. מבין התשובות הניתנות, המספר היחיד שאינו מתחלק ל-3 הוא 62. לכן לא ייתכן כי החוב הוא 62. הערה: מספר מתחלק ב-3 אם ורק אם סכום ספרותיו מתחלק ב-3. תכונה זו שקל להוכיחה מאפשרת לבדוק בפשטות מי מבין המספרים אינו מתחלק ב-3.

פתרון שאלה מס' 19 התשובה הנכונה היא ד'

כמות המים הפוגעת ביחידת שטח אופקית אינה תלויה במהירות האופקית של טיפות המים. הכמות תלויה בצפיפות הטיפות, בגודלן ובמהירות האנכית שלהן. הרוח המערבית או לחילופין התנועה האופקית של המשאית בכל כוון לא משפיעה על התנועה האנכית של טיפות המים, לא על צפיפות הטיפות ולא על גודלן. לכן אין לתנועה האופקית השפעה על הקצב בו המים חודרים למכל. טיפות המים החודרות למכל המשאית ביחידת זמן מנקודת הראות של המשאית יוצרות מקבילון. נפח מקבילון שווה למכפלה של שטח הבסיס בגובה המקבילון ואלה לא תלויים בתנועה האופקית.

פתרון שאלה מס' 20 התשובה הנכונה היא ב'

מספר המטבעות שיש לבחור (12 מטבעות) הוא זוגי ואילו הסכום 35 הוא מספר אי זוגי. אם נשתמש ב- 12 מטבעות בעלות ערך אי זוגי, הסכום יהיה זוגי. סכום של מספר זוגי של מטבעות בעלות ערך אי זוגי חייב להיות זוגי ולכן אינו יכול להיות 35. חייבים להשתמש גם במטבע זוגית, יתרה מזאת, על המטבע הזוגית להופיע מספר אי זוגי של פעמים לשם קבלת סכום כולל שהוא אי זוגי. המטבע הזוגית היחידה היא זו שערכה 2 והיא חייבת להופיע בכל צירוף אפשרי לקבלת תנאי הבעיה.

קל להראות שהמטבעות האחרות לא חייבות להופיע:

ללא המטבע בעלת ערך 5 : 11 מטבעות של 3 ומטבע אחת של 2 הם 12 מטבעות שסכומם 35

הדוגמה הנ"ל גם לא הכילה מטבע בעלת ערך 1.

ללא מטבע בעלת ערך 3 : 5 מטבעות בעלות ערך 5, 3 מטבעות בעלות ערך 2 ו- ארבע מטבעות בעלות ערך 1 יחד 12 מטבעות שערכן הכולל 35

פתרון שאלה מס' 21 התשובה הנכונה היא 10

בעיר 70 דוברי אנגלית ו- 30 דוברי אנגלית וצרפתית. מכאן בעיר 40 דוברי אנגלית שאינם דוברי צרפתית. באופן דומה בעיר $50-30=20$ שהם דוברי צרפתית שאינם דוברי אנגלית. נסכם: בעיר 40 דוברי אנגלית ללא צרפתית, 20 דוברי צרפתית ללא אנגלית ו- 30 הדוברים את שתי השפות. יחד 90 איש. העשרה הנותרים לא דוברים אנגלית ואף לא צרפתית.

פתרון שאלה מס' 22 התשובה הנכונה היא 300

אנו מניחים כי לכל דג יש סיכוי שווה להילכד ברשת. בפעם הראשונה הדיג דג 60 דגים וסימן אותם. ניתן להניח כי במשך שבועיים, זמן מספיק ארוך לפיזור אחיד של הדגים בבריכה. בפעם השנייה חמישית מהדגים המסומנים נלכדו ברשת. הואיל ולכל דג יש סיכוי שווה להילכד ברשת, ניתן להניח כי הדגים כלל הדגים המסומנים מהווים אף הם חמישית מכלל הדגים. הואיל ומספר הדגים המסומנים הוא 60, ניתן להסיק כי המספר הכולל של הדגים בבריכה הוא 300.